

# Kapitel 3: Kernstruktur des Atoms

## 3.1 Durchgang von Elektronen durch Materie

Elektronen erzeugt im Kathodenstrahlrohr wechselwirken mit Gasatomen im Rohr.

Elektronen können hinter dünnem Fenster auf Szintillationsschirm sichtbar gemacht werden.

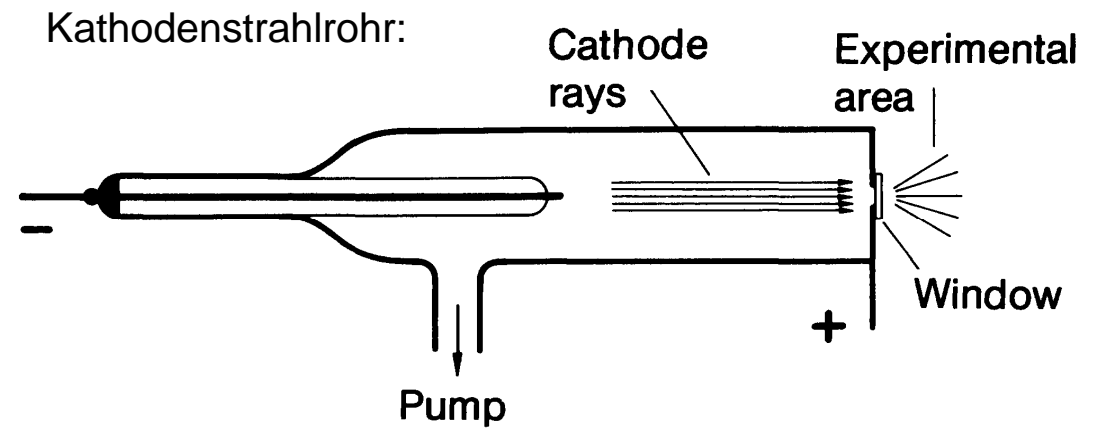
Messung der Elektronenintensität / hinter dem Fenster in Abhängigkeit von der Beschleunigungsspannung  $V_{+-}$ .

Aus Streuexperimenten bestimmte Stossradien  $R$  für Elektronen zeigen starke Abhängigkeit von der Elektronengeschwindigkeit  $v$  ausgedrückt im Verhältnis zur Lichtgeschwindigkeit  $c$ .

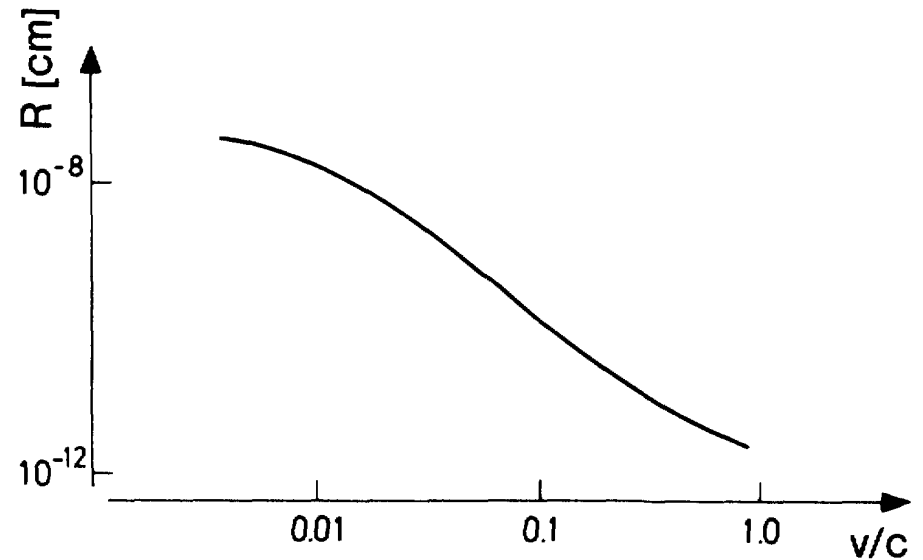
- langsame Elektronen wechselwirken stark mit Elektronen in der Atomhülle
- schnelle Elektronen wechselwirken schwach

$$\alpha = n \sigma = n \pi (r_1^2 + r_2^2)$$

Folgerung: Für Elektronen mit hoher Energie wird die Wechselwirkung mit Atomen schwach, der Streuquerschnitt  $\sigma$  reduziert sich um  $10^{-8}$ , d.h. das Atom ist für schnelle Elektronen fast durchsichtig.

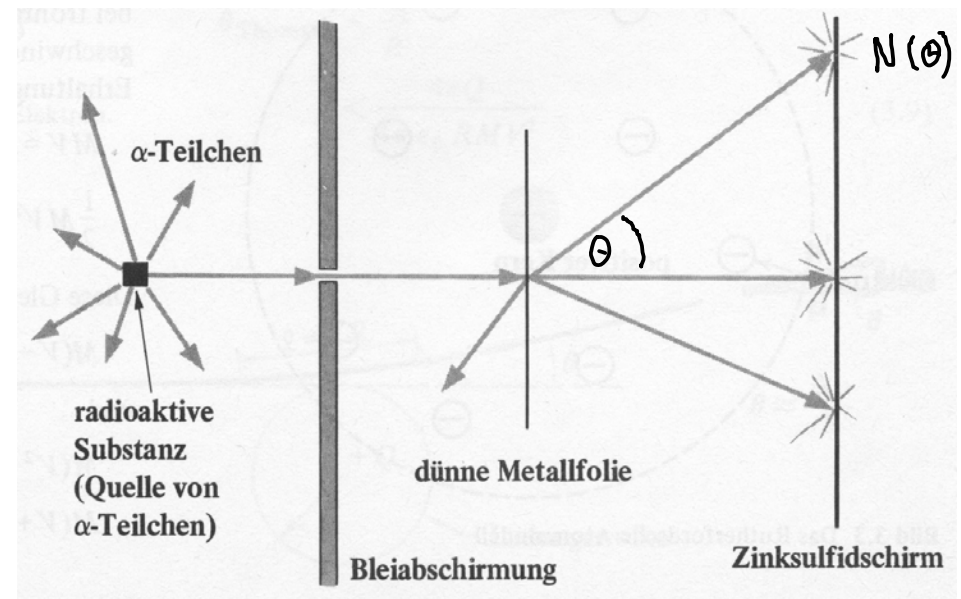


$$I = I_0 e^{-\alpha x} \quad \alpha = \alpha(V_{+-})$$

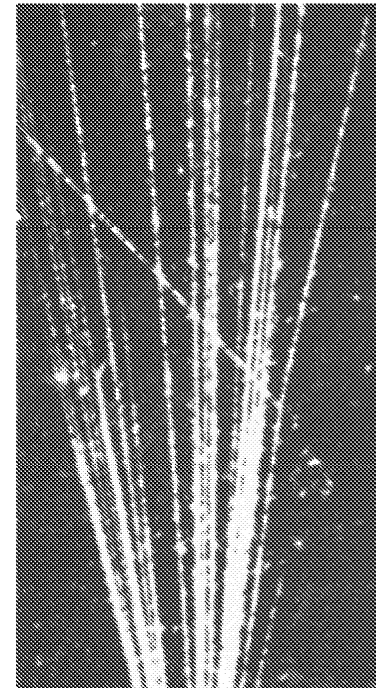


### 3.2 Durchgang von $\alpha$ -Teilchen durch Materie: Rutherford Streuung

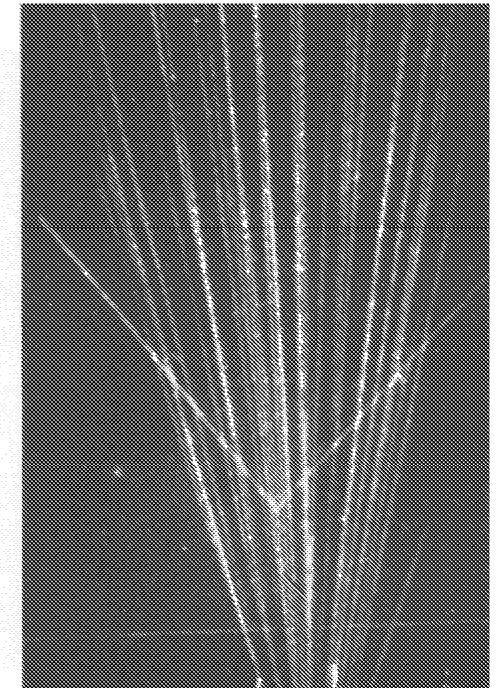
- Rutherfords Idee: Streuung von  $\alpha$ -Teilchen (grosse Masse, Energie und Impuls = gute Auflösung) an einer dünnen Gold Folie, um die Struktur des Atoms zu untersuchen.
- Experiment von Geiger and Marsden (1911) (Grafik).
- $\alpha$ -Teilchen sind voll ionisierte Helium Atome ( $\text{He}^{2+}$ ) mit hoher Energie ( $\sim 5 \text{ MeV}$ ), die in nuklearen Zerfällen schwerer Atomkerne erzeugt werden können.
- Sie haben eine grosse freie Weglänge von  $\sim 3.5 \text{ cm}$  in Luft.
- Detektion gestreuter  $\alpha$ -Teilchen durch Lichtemission auf einem fluoreszierenden Schirm.
- Nebelkammerspuren von  $\alpha$ -Teilchen (siehe Abb.):



in H:

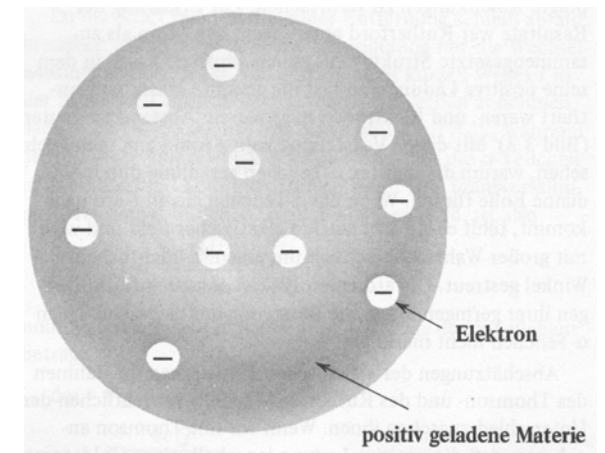


in He:



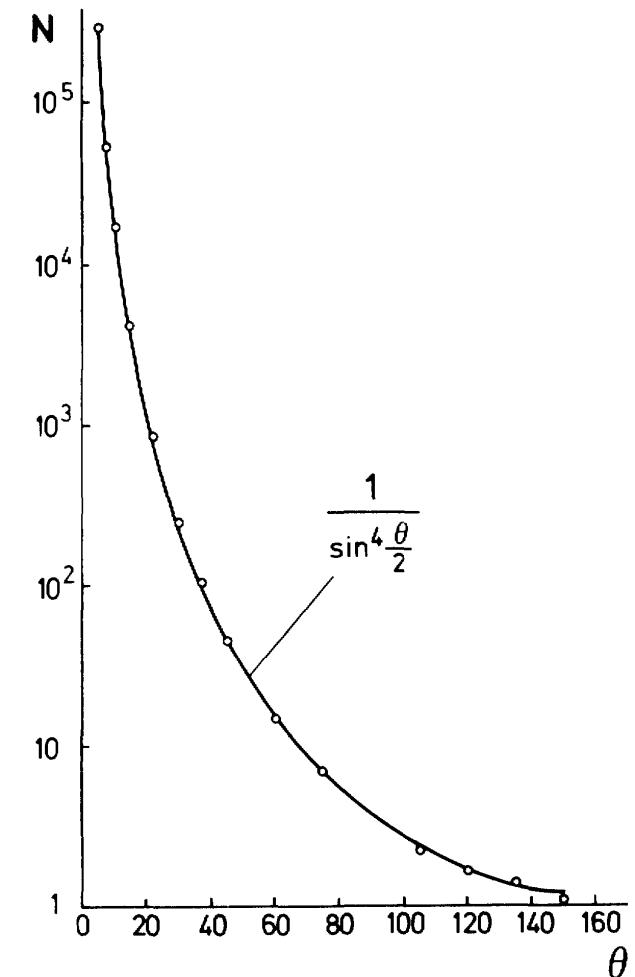
Erwartung für im Atom gleich verteilte Ladung (Thompson-Modell) :

- Stoss mit Elektronen:  
Die meisten  $\alpha$ -Teilchen sollten fast ohne Ablenkung durch die dünne Metallfolie treten, da Streuung mit den viel leichteren Elektronen nur zu kleinen Ablenkwinkeln führt.
- Stoss mit im Atom gleich verteilter positiver Ladung sollte ebenfalls klein sein.



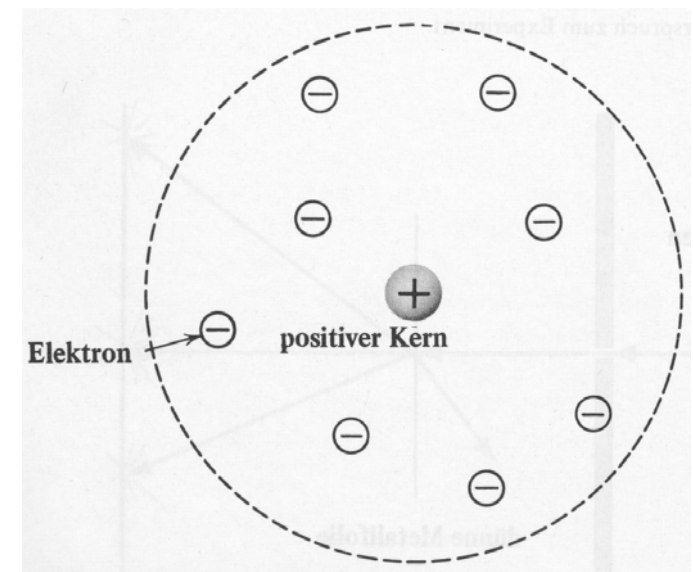
Beobachtung:

- charakteristische starke Winkelabhängigkeit der Streuung
- grosse Streuwinkel kommen vor
- beachte logarithmische Skala



## Das Rutherford Atommodell:

- Rutherford erwartete, dass die positive Ladung  $Ze$  und fast die gesamte Masse  $m$  des Atoms in einem Kern im Zentrum konzentriert sei.
- Diese Idee konnte durch Streuung von  $\alpha$ -Teilchen an Atomkernen überprüft werden.
- Zwei Schritte: Berechne Streuwinkel  $\theta$  und Winkelverteilung  $N(\theta)$  der gestreuten Teilchen.



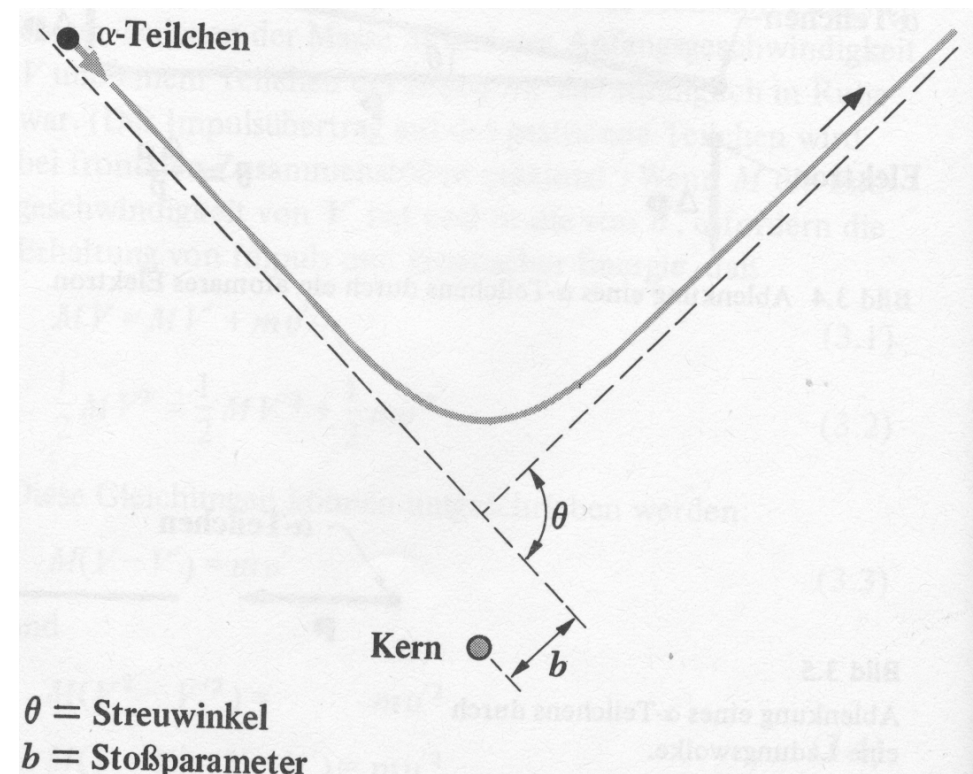
### 3.2.1 Berechnung des Streuwinkels $\theta$ :

#### Annahmen:

- $\alpha$ -Teilchen und Atomkern sind punktförmig Teilchen mit Ladung  $+2e$  und  $+Ze$ .
- Der Atomkern bleibt in Ruhe beim Stoss, da er schwerer als das  $\alpha$ -Teilchen ist und ausserdem in das Kristallgitter der Folie eingebaut ist.
- Die einzige Wechselwirkung ist elektrostatisch ( $\sim 1/r$  Coulomb-Potential,  $1/r^2$  Kraft) und führt zu einer hyperbolischen Bahn des  $\alpha$ -Teilchen mit dem Kern im äusseren Fokus

$$\vec{F} = \frac{2eZe}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^2} \vec{r}$$

- $b$  ist der Stossparameter und  $\theta$  der Streuwinkel



$\theta$  = Streuwinkel  
 $b$  = Stoßparameter

Die kinetische Energie  $E_{kin}$  des  $\alpha$ -Teilchens ist vor und nach dem Stoss erhalten, da der Kern in Ruhe bleibt. Daher gilt für den Impuls des  $\alpha$ -Teilchens  $p_1$  vor dem Stoss und  $p_2$  nach dem Stoss

$$p_1 = p_2 = mv = \text{const.}$$

$v$  ist die Teilchengeschwindigkeit in grosser Entfernung vom Kern.

Die Impulsänderung  $\Delta p$  ist daher

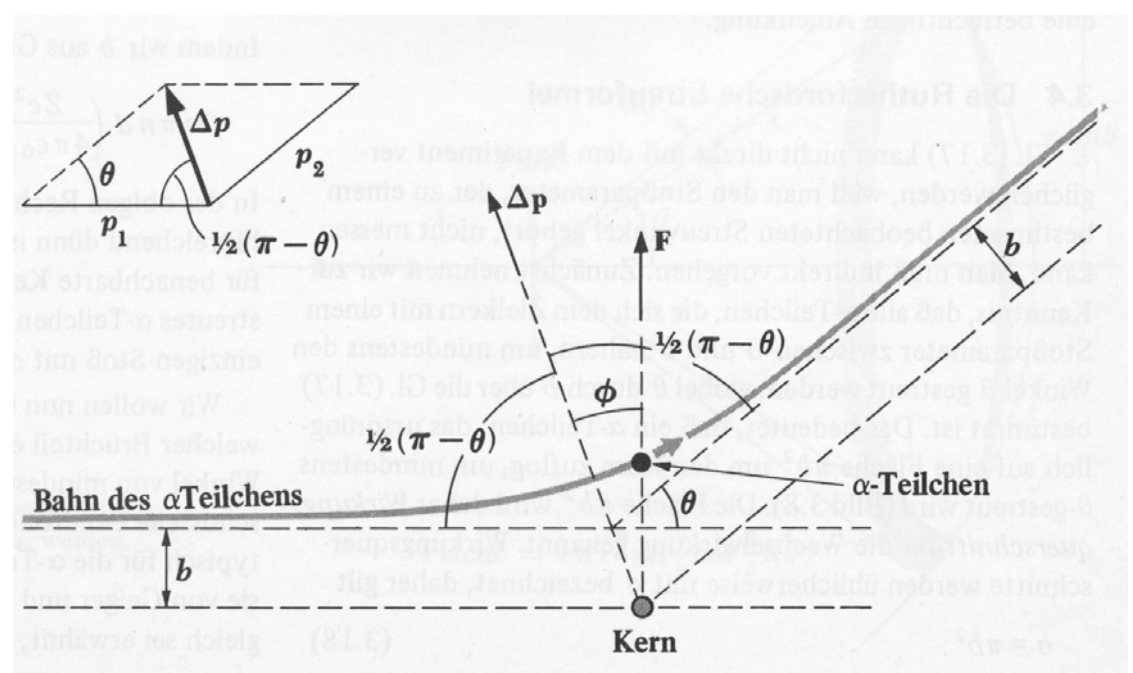
$$\Delta p = 2mv \sin \frac{\theta}{2}$$

Impulsübertrag in Richtung von  $\Delta p$  durch elektrostatische Wechselwirkung zwischen  $\alpha$ -Teilchen und Kern

$$\Delta p = \int F \cos \phi \, dt = \int F \cos \phi \frac{dt}{d\phi} \, d\phi$$

mit:  $\frac{d\phi}{dt} = \frac{vb}{r^2}$  ;  $F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Ze^2}{r^2}$   $Ze$  : Kern  
 $Ze$  :  $\alpha$ -Teilchen

Erhaltung des Drehimpuls:  $|\vec{L}| = |\vec{r} \times \vec{p}| = r m v \sin \phi = m v b = m r^2 \omega = m r^2 \frac{d\phi}{dt}$



Abhängigkeit des Streuwinkels vom Stossparameter  $b$  und der kinetischen Energie  $E_{kin}$  des  $\alpha$ -Teilchens

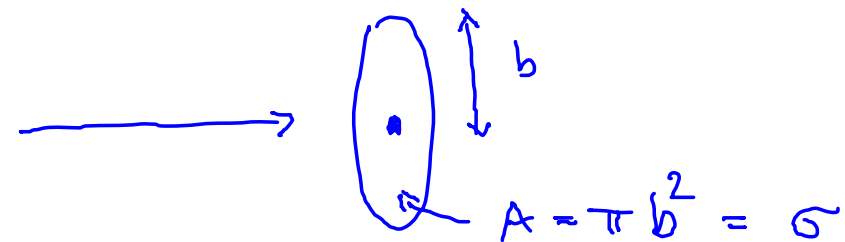
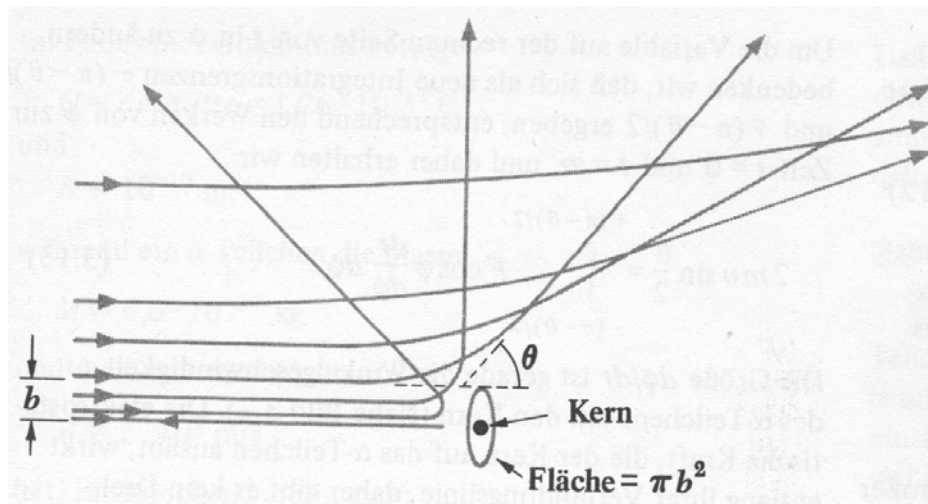
$$2mv \sin \frac{\Theta}{2} = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0} vb \int_{-\frac{1}{2}(\pi-\Theta)}^{\frac{1}{2}(\pi-\Theta)} \cos \phi \, d\phi$$

$$2 \cos \frac{\Theta}{2}$$

Der Rutherford-Streuwinkel:

$$\cot \frac{\Theta}{2} = \frac{2\pi\epsilon_0}{Ze^2} mv^2 b = \frac{4\pi\epsilon_0}{Ze^2} E_k b$$

Bemerkung: Die Abhängigkeit zwischen  $b$  und  $\theta$  kann nicht für einzelne Streuprozesse bestimmt werden. Stattdessen bestimmen wir die Anzahl der Teilchen, die sich dem Kern näher als ein Stossparameter  $b$  annähern, und folglich um einen Winkel von mindestens  $\theta$  gestreut werden.



Streuquerschnitt

### 3.2.2 Rutherford'sche Streuformel

Streuung von  $\alpha$ -Teilchen an einer Folie mit Dicke  $d$  und Atomdichte  $n$  bei einem Strahlquerschnitt  $A$ .

Der Anteil  $f$  von  $\alpha$ -Teilchen, die mindestens um einen Winkel  $\theta$  gestreut werden, ist

$$f = \frac{dA n}{A} \sigma = n d \pi b^2$$
$$= n d \pi \left( \frac{Z e^2}{4 \pi \epsilon_0 E_k} \cot \frac{\theta}{2} \right)^2$$

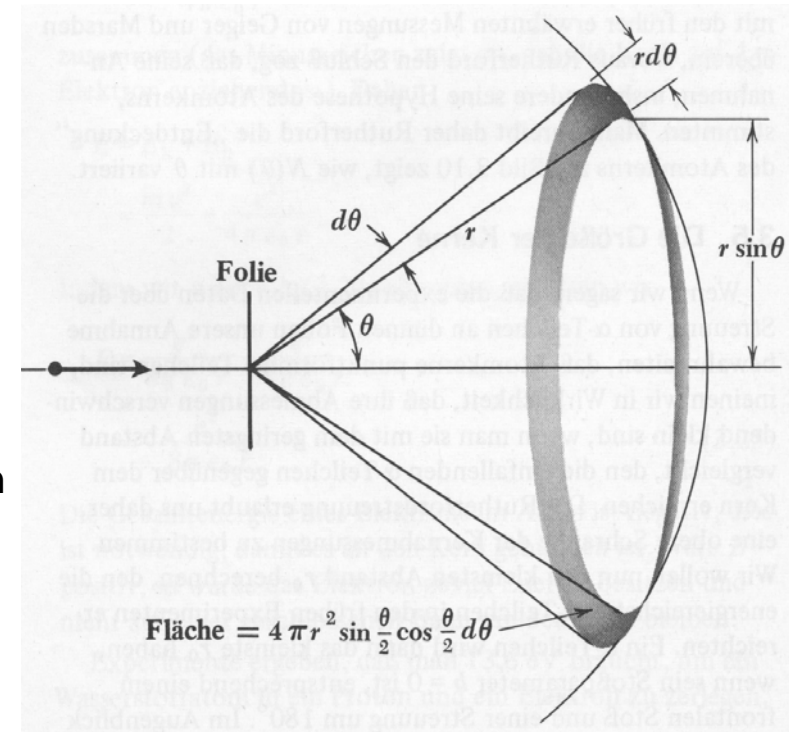
In Experimenten wird typischerweise die Anzahl von Teilchen, die in ein Winkelement  $d\theta$  um den Winkel  $\theta$  gestreut werden gemessen.

$$df = \frac{\partial f}{\partial \theta} d\theta$$

Gesamter Raumwinkel (Detektoroberfläche) in den Teilchen gestreut werden können:

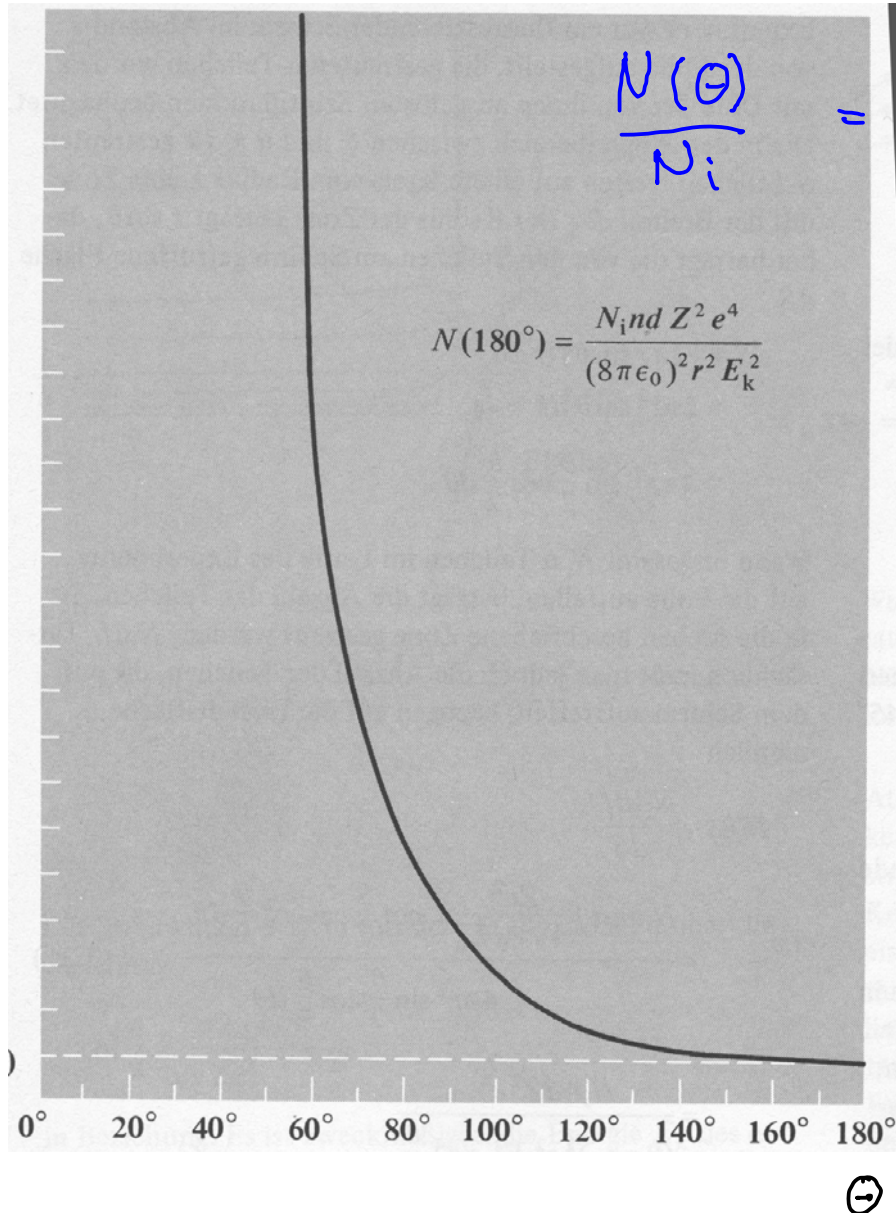
$$dS = 2\pi r \sin \theta \, r d\theta = 4\pi r^2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} d\theta$$

typische Geometrie des Detektors



# Rutherford-Streufmel

$N(\theta)$



$$\frac{dI}{dS} =$$

$$= \frac{\pi n d \left( \frac{Z e^2}{4\pi \epsilon_0 E_k} \right)^2 \frac{\cot \frac{\theta}{2}}{\sin^2 \frac{\theta}{2}} d\theta}{4\pi r^2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} d\theta}$$

$$= \frac{n d Z^2 e^4}{(4\pi \epsilon_0)^2 r^2 E_k^2 \sin^4 \frac{\theta}{2}}$$

- starke Abhängigkeit von der Ladungszahl  $Z$ , dem Streuwinkel  $\theta$  und der Energie  $E_k$  der  $\alpha$ -Teilchen
- Bestätigt Rutherford Modell des Atoms.
- Entdeckung des Atomkerns
- Resultate können zur Bestimmung der Ladungszahl  $Z$  des Kerns genutzt werden.
- Abweichungen vom Modell für sehr kleine ( $b > a$ ) und sehr grosse ( $b < 10^{-15} \text{ m}$ ) Streuwinkel.



## Abschätzung der Grösse eines Atomkerns

Ungefähre maximale Energie von natürlich auftretenden  $\alpha$ -Teilchen

$$E_k = 7.7 \text{ MeV}$$

Betrachte zentralen Stoss mit Stossparameter  $b = 0$ . Die gesamte kinetische Energie ist in potentielle Energie umgewandelt wenn das  $\alpha$ -Teilchen den dem Kern nächsten Punkt  $r_0$  erreicht.

$$E_p = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r_0} \quad ; \quad E_p = E_k$$

$$\Rightarrow r_0 = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 E_k} = Z \cdot 3.8 \cdot 10^{-16} \text{ m}$$

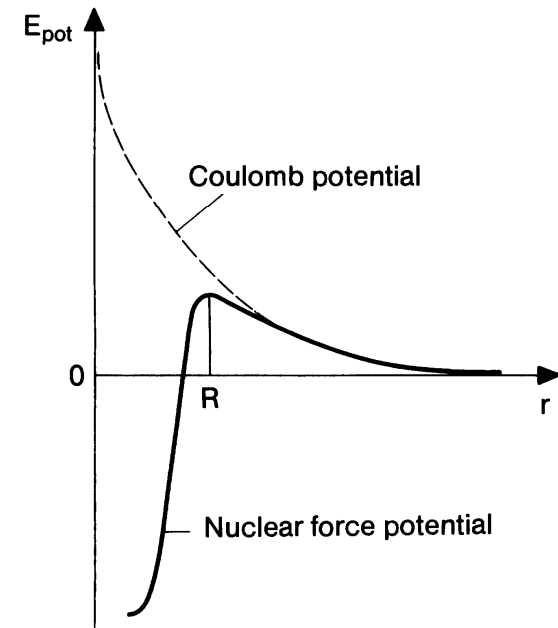
für Gold (Au,  $Z = 79$ )

$$r_0 = 3 \cdot 10^{-14} \text{ m}$$

Genauereres Resultat für Bestimmung des Kernradius aus Streuexperimenten mit hochenergetischen Elektronen (einige GeV):

$$r_0 = R A^{1/3} \quad ; \quad R = 1.2 \cdot 10^{-15}$$

Mit der Massenzahl (Nukleonenzahl)  $A$  gegeben aus der Summe der Protonenzahl (Ladungszahl)  $Z$  und Neutronenzahl  $A-Z$  im Kern.



Abweichungen vom Coulomb-Potential für  $b < R$ : Kernkräfte

Notation für Element X:  $\begin{matrix} A \\ Z \end{matrix} X$