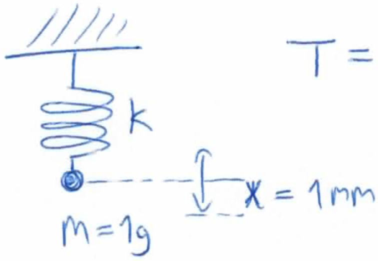
1



$T = 0{,}1\,s$

$$E = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}m\omega^2x^2$$

$$= \frac{1}{2}m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2x^2 = \underline{1{,}97 \times 10^{-6}\,J}$$

$f = 10\ Hz$

$h = 6{,}63 \times 10^{-34}\ Js.$

$$k = m\left(\frac{2\pi}{2}\right)^2 = \underline{3{,}95\ Nm^{-1}}$$

$E/hf = 3 \times 10^{26}$ ⇒ far from quantum!

⇒ reduce x by factor $\sqrt{3.10^{26}} \approx 1{,}7 \times 10^{13}$

⇒ $x = 6 \times 10^{-17}\ m$

(atomic size $\approx 10^{-10} \to 10^{-11}$)

⇒ 10^{-6} x size of an atom!

Or reduce k by 3×10^{26} to $k \approx 1{,}3 \times 10^{-26}\ Nm^{-1}$

→ one could think of reducing k by making the spring thinner, & we would have to remove all the material except one atom in each 1000 moles. Not much left!

HCl molecule $m_H = 1{,}7 \times 10^{-27}\ kg$

$k = 516\ Nm^{-1}$

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} = 9 \times \underline{10^{13}\ Hz}$$ ⇒ frequency of light!

$$E = \frac{1}{2}kx^2 = hf$$

⇒ $x = \underline{1{,}5 \times 10^{-11}}\ m$ ≈ size of the atom.

2. (a) Zentrifugalkraft: $F_Z = \frac{m_e v^2}{r}$
Coulombkraft: $F_C = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{r^2}$
kinetische Energie: $E_{kin} = m_e v^2/2$
potentielle Energie: $E_{pot} = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{r}$ Zentrifugalkraft = Coulombkraft:

$$
\begin{aligned}
FZ &= FC & (1)\\
\frac{m_e v^2}{r} &= \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{r^2} & (2)\\
E_{kin} = \frac{m_e v^2}{2} &= \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{2r} = -E_{pot}/2 & (3)
\end{aligned}
$$

Die Gesamtenergie ist somit

$$E_{tot} = E_{kin} + E_{pot} = \frac{E_{pot}}{2} = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{2r}.$$

(Negativ, da gebundener Zustand.) Einsetzen der Werte für $e = 1.6 \times 10^{-19}$ C, $\epsilon_0 = 8.8 \times 10^{-12}$ As/Vm und dem Bohrradius ergibt

$$-2.2 \times 10^{-18} J \widehat{=} -13.6 \text{ eV}.$$

(b) Die Umlauffrequenz $f = \omega/(2\pi)$ ergibt sich aus $\omega = v/r$ mit $v = \sqrt{2E/m_e} = 1.6\,10^6$ m/s. $\omega = 2.9\,10^{16}$ rad/s und $f = 4.6\,10^{15}$ s^{-1}. Daraus lässt sich E/f zu $4.8\,10^{-34}$ Js berechnen, was von derselben Grössenordnung als $h = 6.6\,10^{-34}$ Js ist. Das Problem lädt ein, Quantenmechanik zu verwenden.

(c) Die Zentrifugalbeschleunigung des Elektrons auf einer Bahn mit Radius a_0 ist $a = v^2/a_0$. Aus der obigen Relation folgt $v^2/a_0 = 2E_{kin}/(m_e a_0) = -E_{pot}/(m_e a_0) = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e}\frac{1}{a_0^2}$. Eingesetzt in $P = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2}{3}\frac{e^2}{c^3}a^2$ ergibt sich die Gesamtstrahlleistung zu

$$P = \frac{1}{(4\pi\epsilon_0)^3}\frac{2}{3}\frac{e^6}{c^3}\frac{1}{m_e^2 a_0^4} = 4.7 \times 10^{-8} \text{ J/s} \widehat{=} 2.910^{11} \text{ eV/s}.$$

Unter der (fälschlichen) Annahme einer gleichförmigen Beschleunigung ergibt sich somit eine Zeitskala von circa $E/P \approx 5 \times 10^{-11}$ s innerhalb derer Atome durch Abstrahlung zerfallen würden.