

Physik IV - Schriftliche Sessionsprüfung SS 2008

9:00 – 11:00, Donnerstag, 14. August 2008

Bitte zur Kenntnis nehmen:

- Es befinden sich insgesamt **6** Aufgaben auf **VIER Blättern**.
- Es können insgesamt 60 Punkte erreicht werden. Die Punkte der einzelnen Teile einer Aufgabe sind in eckigen Klammern am rechten Rand ausgewiesen.
- Eine Tabelle mit physikalischen Konstanten befindet sich auf der Rückseite des Deckblattes.
- Sie sind berechtigt 10 Seiten handschriftliche Notizen sowie einen Taschenrechner und ein Wörterbuch bei der Prüfung zu verwenden.
- Bitte schreiben Sie **KLAR** und **DEUTLICH**. Falls wir Ihre Handschrift nicht entziffern können, können wir leider keine Punkte vergeben.
- Bitte fügen Sie **UNTEN IHREN NAMEN** ein. Dieses Blatt wird am Ende der Prüfung zu Ihren Antworten geheftet.
- Bitte schreiben Sie Ihren Namen auf jedes Ihrer abgegebenen Blätter.
- Während der Prüfung steht die Prüfungsaufsicht zur Beantwortung Ihrer Fragen zur Verfügung. Zögern Sie daher nicht, bei Unklarheiten diese zu stellen.

NAME:	VORNAME:

Fragen:	1	2	3	4	5	6	GESAMT
Punkte:							
Max:	8	10	10	12	12	8	60

Tabelle physikalischer Konstanten

Lichtgeschwindigkeit, c	$3.00 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$
Planck Konstante, h	$6.63 \times 10^{-34} \text{ Js}$
$h/(2\pi)$	$1.05 \times 10^{-34} \text{ Js}$
Elektronenladung, e	$1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$
Elektronenvolt, eV	$1.60 \times 10^{-19} \text{ J}$
Elektronenmasse, m_e	$9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$
Atomare Masseinheit, m_u	$1.66 \times 10^{-27} \text{ kg}$
Boltzmann Konstante, k_B	$1.38 \times 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$
Bohrsches Magneton, μ_B	$9.27 \times 10^{-24} \text{ JT}^{-1}$
Bohr Radius, a_0	$5.3 \times 10^{-11} \text{ m}$
Stefan-Boltzmann Konstante, σ	$5.67 \times 10^{-8} \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-4}$
Wiensche Verschiebungskonstante, b	$2.9 \times 10^{-3} \text{ mK}$

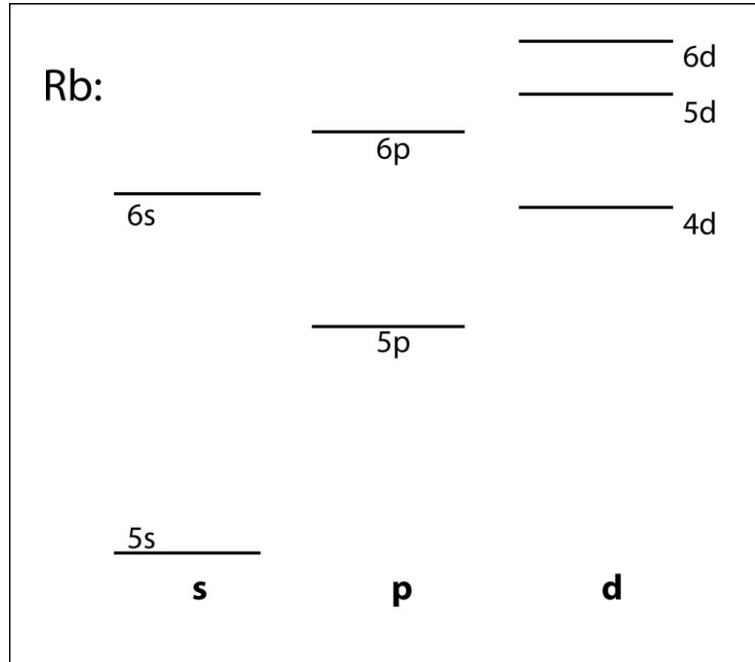


Abbildung 1: Energiediagramm des Alkaliatoms Rubidium ${}^{85}_{37}\text{Rb}$.

1. Photoelektrischer Effekt

Der photoelektrische Effekt beschreibt die Emission von Elektronen verursacht durch auf eine Metalloberfläche auftreffendes Licht.

- (a) Erklären Sie, wie man die maximale kinetische Energie E_{\max}^{kin} der emittierten Elektronen messen kann. Skizzieren Sie den dazu benötigten experimentellen Aufbau. [2]
 - (b) Skizzieren Sie E_{\max} als Funktion der Frequenz ν des einfallenden Lichts. Beschreiben Sie, wie man die Austrittsarbeit ϕ des Metalls und das Plancksche Wirkungsquantum h am Graphen ablesen kann. [2]
 - (c) Inwiefern bestätigt der Graph die Teilcheneigenschaft des Lichts? [2]
 - (d) Die Austrittsarbeit von Gold ist $\phi = 5.1$ eV. Wie gross ist E_{\max} (in eV) der emittierten Elektronen, wenn Licht der Wellenlänge $\lambda = 150$ nm eingestrahlt wird? [2]
-

2. Interferenz von Materiewellen

- (a) ^4He Atome treffen mit einer Geschwindigkeit von 10^3 m/s auf einen Spalt mit einer Breite von $1 \mu\text{m}$. Geben Sie die Wellenlänge der Atome an und berechnen Sie die über die Heisenberg'sche Unschärferelation $\Delta x \Delta p \gtrsim h$ bestimmte minimale Winkelunschärfe des gebeugten Strahles nach dem Spalt. [3]
- (b) Ersetzen Sie nun den einfachen Spalt mit einem Doppelspalt mit einem Spaltmittenabstand von $8 \mu\text{m}$ und einer Spaltbreite von $1 \mu\text{m}$. Berechnen Sie die Distanz zwischen dem Intensitätsmaximum auf der Strahlachse und des ersten Interferenzminimums auf einem Schirm 1 m hinter dem Doppelspalt (in nm). [3]
- (c) Eine Lichtquelle zwischen Doppelspalt und Schirm emittiert Photonen. Diese werden an den Atomen gestreut und lenken aufgrund des Rückstosses die Atome ab. Schätzen Sie die minimale Wellenlänge der Photonen ab, die nötig ist um die Interferenzmuster zu zerstören. Kann zu diesem Zweck das Licht einer Glühbirne verwendet werden, das näherungsweise die Charakteristik eines schwarzen Strahlers bei $T = 2800$ K aufweist?
Nehmen Sie an, dass die Strahlung beim Maximum der spektralen Energiedichteverteilung den Hauptbeitrag zur Streuung liefert, sowie dass Mehrfachstreuung vernachlässigt werden kann. [4]

3. Eindimensionaler Potentialtopf

Betrachten Sie ein Teilchen in einem eindimensionalen Potentialtopf

$$\begin{aligned} V(x) &= 0 & 0 < x < L \\ V(x) &= \infty & \text{sonst.} \end{aligned}$$

- (a) Zeigen Sie ausgehend von der zeitunabhängigen Schrödingergleichung, dass die normierten Eigenfunktionen zur Quantenzahl n

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin \frac{n\pi x}{L}$$

lauten.

[3]

Zum Zeitpunkt $t = 0$ wird eine Potentialbarriere von unendlicher Höhe und endlicher sehr kleiner Breite (kein δ -Potential) plötzlich an die Position $X = L/3$ gesetzt. Damit wird das Potential in zwei unabhängige Potentialtöpfe geteilt.

- (b) Wie lauten die normierten Wellenfunktionen ϕ_n^L und ϕ_m^R der Eigenzustände des linken bzw. des rechten Potentialtopfes zu einem späteren Zeitpunkt $t > 0$? [3]
- (c) Ein Teilchen befindet sich im Zustand $\psi_3(x)$ des Potentials in Teil (a) unmittelbar bevor die Potentialbarriere eingefügt wird. Zeigen Sie, dass die neue Wellenfunktion $\tilde{\Psi}(x)$ des Teilchens *nachdem* die Barriere eingefügt worden ist als Superposition von zwei neuen Eigenzustände geschrieben werden kann. Berechnen Sie dazu explizit $\tilde{\Psi}(x)$ mit Hilfe der unten stehenden Relation. [4]

$$\int_0^X dx \sin \frac{m\pi x}{X} \sin \frac{n\pi x}{X} = \frac{X}{2} \delta_{mn}$$

4. Harmonischer Oszillator

Der Hamilton-Operator eines harmonischen Oszillators ist durch

$$\hat{H} = \left(\hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega$$

gegeben, wobei \hat{a} und \hat{a}^\dagger die Leiteroperatoren darstellen. Diese erfüllen die Kommutatorrelation $[\hat{a}, \hat{a}^\dagger] = 1$.

- (a) Zeigen Sie, dass wenn ψ_n ein Eigenzustand des harmonischen Oszillators zur Energie $E(n) = (n + 1/2)\hbar\omega$ ist, $\hat{a}\psi_n$ ebenfalls ein Eigenzustand zur Energie $E(n - 1)$ ist. [3]
- (b) Erklären Sie mit Hilfe eines Diagramms, warum die Energieniveaus der Schwingungszustände eines Moleküls bestehend aus zwei Atomen näherungsweise als die eines harmonischen Oszillators beschrieben werden können. Warum nur näherungsweise? [3]
- (c) Geben Sie unter der Annahme, dass die Masse eines Cl Atoms viel grösser als die eines H Atoms ist, einen Ausdruck für den Abstand der Energieniveaus im Schwingungsspektrum von HCl an. [2]
- (d) Elektromagnetische Strahlung welcher Wellenlänge wird benötigt um Übergänge zwischen den einzelnen Energieniveaus zu induzieren? Die Kraftkonstante der HCl Bindung sei 500 N/m. [2]
- (e) In etwa welche Temperatur müsste ein Gas aus HCl Molekülen haben damit solche Zustände thermisch besetzt werden können? Was bedeutet das für ein Gas bei Raumtemperatur? [2]

5. Feinstruktur des Wasserstoffatoms

Die Feinstruktur beim Wasserstoff-Atom kann mit Hilfe des Ausdrucks für die Spin-Bahn-Kopplungsenergie

$$V_{\text{so}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{2m_e^2 c^2} \frac{1}{r^3} \mathbf{S} \cdot \mathbf{L}$$

als Korrektur zum Coulombpotential berechnet werden.

- (a) Leiten Sie ausgehend von Quadrat \mathbf{J}^2 des Gesamtdrehimpuls $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}$ einen Ausdruck für $\mathbf{S} \cdot \mathbf{L}$ als Funktion von \mathbf{J}^2 , \mathbf{L}^2 und \mathbf{S}^2 her. [2]

(b) Geben Sie V_{so} als Funktion der Quantenzahlen j , l und s des Elektrons an. Wie lauten die möglichen Werte von j für die $n = 1$ und die $n = 2$ Schale? [3]

(c) Beschreiben Sie basierend auf Ihrer Antwort in (b) qualitativ die Feinstruktur-Energieaufspaltung des $n = 1$ und des $n = 2$ Energieniveaus. Betrachten Sie dazu die möglichen Kombinationen der Quantenzahlen. Zur Erinnerung: Im ursprünglichen Bohr-Modell, in dem nur die Coulombenergie vorkommt, hängt die Energie des Systems nur von der Hauptquantenzahl n ab. [3]

(d) Berechnen Sie die Größenordnung der Feinstrukturaufspaltung (in eV).

Gehen Sie dazu vom Erwartungswert $\langle \frac{1}{r^3} \rangle$ im $n = 2$, $l = 1$, $m_l = 0$ Wasserstoff-Eigenzustand $\Psi_{nlm_l}(r, \theta, \phi) = R_{nl}(r)Y_{lm_l}(\theta, \phi)$ aus und schätzen Sie $\langle \mathbf{S} \cdot \mathbf{L} \rangle \approx \hbar^2$ ab. Vergleichen Sie das Resultat mit der Energie des Grundzustandes des Wasserstoffatoms $E_1 = -R$ in Einheiten von Rydberg $R = e^2/(8\pi\epsilon_0 a_0) \approx 13.6$ eV. Benutzen Sie dazu $\frac{\hbar}{m_e c a_0} = \alpha \approx 1/137$. [4]

Nützliche Information :

$$\Psi_{210}(r, \theta, \phi) = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}} \left(\frac{1}{a_0} \right)^{3/2} \frac{r}{a_0} e^{-r/(2a_0)} \cos \theta,$$

$$\int_0^\infty d\rho \rho e^{-\rho} = 1, \quad \int_0^\pi \cos^2 \theta \sin \theta d\theta = \frac{2}{3}$$

6. Termschema

(a) Geben Sie die Elektronenkonfiguration des Grundzustandes von Kalium ${}^{40}_{19}\text{K}$ an und leiten sie die Formel für Gesamtzahl der elektronischen Zustände in der n -ten Schale her. [2]

(b) Kohlenstoff ${}^{12}_6\text{C}$ hat zwei Elektronen im p -Orbital. Geben Sie die möglichen Werte von L und S und die daraus resultierenden Terme $({}^{2S+1}L_J)$ für diese Konfiguration bei LS-Kopplung an. [3]

(c) Geben Sie die Auswahlregeln für optische Dipolübergänge an und zeichnen sie die erlaubten Übergänge im Energiediagramm in Abbildung 1 (siehe Deckblatt) des Alkaliatoms Rubidium ${}^{85}_{37}\text{Rb}$ ein. [3]